SCHEDA 1: SULLA SEZIONE AUREA

Per “sezione aurea” si intende un certo rapporto tra le parti di un segmento, per cui il sotto-segmento maggiore (a) deve essere medio proporzionale tra la totalità del segmento e il segmento minore (b).

Per ora ci limitiamo a osservare che, volendo individuare il valore del rapporto tra i due sotto-segmenti “aurei”, si avrebbe una sequenza di questo genere:

1. $(a + b) : a = a : b$ dove $a > b$

2. $(a + b) / a = a / b = \phi$

3. $a = b \cdot \phi$ (da 2.)

4. $\dfrac{b\,\phi + b}{b\,\phi} = \dfrac{b\,\phi}{b}$ (per sostituzione operata con 3. su 2.)

5. $\dfrac{\phi + 1}{\phi} = \phi$ (per semplificazione)

6. $\phi + 1 = \phi^2$

7. $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ (per trasposizione al di là del segno =)

Siamo così giunti alla forma di una equazione di secondo grado (completa). L’incognita di tale equazione (ϕ) è il valore del rapporto tra i due sotto-segmenti in relazione “aurea”: è insomma il valore della “sezione aurea”, cioè del punto in cui deve cadere la divisione all’interno del segmento, perché possa esprimere l’ideale greco dell’armonia tra le parti.

Per individuare ϕ, non ci resta che risolvere l’equazione. Facciamolo pure con le modalità di calcolo oggi abituali, e assumendo come formula generale delle equazioni di secondo grado la seguente: $ax^2 + bx + c = 0$.

L’equazione della sezione aurea, interpretata alla luce della formula precedente, può essere così riespressa:

$1\phi^2 - 1\phi - 1 = 0$;

ora, moltiplicando ogni membro per 4a (nel nostro caso, per 4.1, cioè per 4) si ottiene:

$4\,\phi^2 - 4\,\phi - 4 = 0$;

aggiungendo b^2 a entrambi i termini dell’equazione (nel nostro caso, $b^2 = 1^2 = 1$), otteniamo poi:

$4\,\phi^2 - 4\,\phi - 4 + 1 = 1$;

spostando il membro 4ac (nel nostro caso = 4.1.-1 = - 4) al di là del segno di “uguale”, si ottiene:

$4\,\phi^2 - 4\,\phi + 1 = 1 + 4$;

ovvero:

$4\,\phi^2 - 4\,\phi + 1 = 5$;

semplificando poi il primo termine, che è interpretabile come lo sviluppo del quadrato di un binomio, otteniamo:

$(2\phi + 1)^2 = 5;$

radicalizzando entrambi i termini dell'equazione, avremo:

$\sqrt{(2\phi - 1)^2} = \sqrt{5};$

ovvero:

$2\phi - 1 = \sqrt{5};$

trasportando l'1 al di là del segno =, avremo poi:

$2\phi = + 1 + \sqrt{5};$

ovvero:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Considerato che $\phi = a/b$, calcolare aritmeticamente il valore di ϕ, equivarrà a calcolare il valore di quel rapporto chiamato "sezione aurea". Il valore numerico dell'incognita, e quindi di a/b, è 1,6180339887…, cioè un valore procedente all'infinito, e non periodico.

Come sappiamo, la "sezione" è un certo rapporto tra sotto-segmento maggiore (a) e sotto-segmento minore (b); un rapporto tale per cui:

$a = \phi b$

$b = a/\phi$

dove, sia a che b sono valori irrazionali. D'altra parte (a + b), cioè il segmento complessivo, può essere tanto razionale quanto irrazionale.

Ammettiamo che (a + b) = 10; in questo caso:

$10 : a = a : b = \phi$; allora,

$10/a = \phi = 1{,}618;$

$10 = a \,.\, 1{,}618;$

$a = 10/1{,}618 = 6{,}180;$

$b = 10 - 6{,}180 = 3{,}819.$