

SCHEDA 1: SULLA SEZIONE AUREA

Per “sezione aurea” si intende un certo rapporto tra le parti di un segmento, per cui il sotto-segmento maggiore (a) deve essere medio proporzionale tra la totalità del segmento e il segmento minore (b).

Per ora ci limitiamo a osservare che, volendo individuare il valore del rapporto tra i due sotto-segmenti “aurei”, si avrebbe una sequenza di questo genere:

1. $(a + b) : a = a : b$ dove $a > b$

2. $(a + b) / a = a / b = \phi$

3. $a = b \cdot \phi$ (da 2.)

4. $\frac{b \phi + b}{b \phi} = \frac{b \phi}{b}$ (per sostituzione operata con 3. su 2.)

5. $\frac{\phi + 1}{\phi} = \phi$ (per semplificazione)

6. $\phi + 1 = \phi^2$

7. $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ (per trasposizione al di là del segno =)

Siamo così giunti alla forma di una equazione di secondo grado (completa). L'incognita di tale equazione (ϕ) è il valore del rapporto tra i due sotto-segmenti in relazione “aurea”: è insomma il valore della “sezione aurea”, cioè del punto in cui deve cadere la divisione all'interno del segmento, perché possa esprimere l'ideale greco dell'armonia tra le parti.

Per individuare ϕ , non ci resta che risolvere l'equazione. Facciamolo pure con le modalità di calcolo oggi abituali, e assumendo come formula generale delle equazioni di secondo grado la seguente: $ax^2 + bx + c = 0$.

L'equazione della sezione aurea, interpretata alla luce della formula precedente, può essere così riespressa:

$$1\phi^2 - 1\phi - 1 = 0;$$

ora, moltiplicando ogni membro per 4a (nel nostro caso, per 4.1, cioè per 4) si ottiene:

$$4\phi^2 - 4\phi - 4 = 0;$$

aggiungendo b^2 a entrambi i termini dell'equazione (nel nostro caso, $b^2 = 1^2 = 1$), otteniamo poi:

$$4\phi^2 - 4\phi - 4 + 1 = 1;$$

spostando il membro $4ac$ (nel nostro caso $= 4.1.-1 = -4$) al di là del segno di “uguale”, si ottiene:

$$4\phi^2 - 4\phi + 1 = 1 + 4;$$

ovvero:

$$4\phi^2 - 4\phi + 1 = 5;$$

semplificando poi il primo termine, che è interpretabile come lo sviluppo del quadrato di un binomio, otteniamo:

$$(2\phi + 1)^2 = 5;$$

radicalizzando entrambi i termini dell'equazione, avremo:

$$\sqrt{(2\phi - 1)^2} = \sqrt{5};$$

ovvero:

$$2\phi - 1 = \sqrt{5};$$

trasportando l'1 al di là del segno =, avremo poi:

$$2\phi = + 1 + \sqrt{5};$$

ovvero:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Considerato che $\phi = a/b$, calcolare aritmeticamente il valore di ϕ , equivarrà a calcolare il valore di quel rapporto chiamato “sezione aurea”. Il valore numerico dell'incognita, e quindi di a/b , è 1,6180339887..., cioè un valore procedente all'infinito, e non periodico.

Come sappiamo, la “sezione” è un certo rapporto tra sotto-segmento maggiore (a) e sotto-segmento minore (b); un rapporto tale per cui:

$$a = \phi b$$

$$b = a/\phi$$

dove, sia a che b sono valori irrazionali. D'altra parte (a + b), cioè il segmento complessivo, può essere tanto razionale quanto irrazionale.

Ammettiamo che (a + b) = 10; in questo caso:

$$10 : a = a : b = \phi; \text{ allora,}$$

$$10/a = \phi = 1,618;$$

$$10 = a \cdot 1,618;$$

$$a = 10/1,618 = 6,180;$$

$$b = 10 - 6,180 = 3,819.$$