SCHEDA 2: IL PROBLEMA DEL *MENONE.*

1. **Il problema del lato di un quadrato doppio.**

Se Q è il quadrato di partenza (quello di lato 2 piedi), e se K è il quadrato di lato doppio rispetto al precedente (cfr. fig. 1), K può essere agevolmente "piastrellato" (cioè articolato) in quattro quadrati uguali tra loro, perché uguali a quello di partenza: quadrati, o piastrelle, che si incontrano in un centro (*kentron*). Se ne ottiene l'evidenza che K = 4Q, e che la sua diagonale (AC) è il doppio di d, ovvero della diagonale di Q. Dunque, AC = 2d.

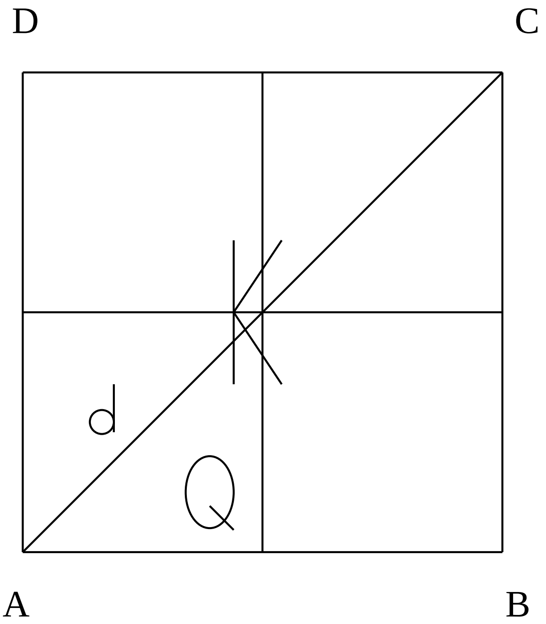


fig. 1

Se non che, K può essere luogo di una articolazione ben diversa (cfr. fig. 2): quella che si ottiene tracciando in Q la diagonale, non da A ma da E in direzione del vertice opposto, cioè da destra verso sinistra e dal basso verso l'alto, e poi da sinistra verso destra e dal basso verso l'alto; e poi ancora da sinistra verso destra, ma dall'alto verso il basso; e infine da destra verso sinistra e dall'alto verso il basso. La piastrellazione così ottenuta della superficie equivalente a K, produce un nuovo quadrato (Q*), che è dato dalla composizione, ancora orientata intorno al *kentron* di K, di quattro piastrelle triangolari, cioè di quattro triangoli rettangoli corrispondenti ciascuno alla metà di uno dei quattro quadrati equivalenti a Q. Ponendo come elemento simpliciale (ovvero come *metron*) della piastrellazione il triangolo che è pari a Q/2, e facendo un semplice lavoro di ideale sovrapposizione e di computazione, si avrà che Q = 1 + 1 (per esempio, 2 piedi quadrati); mentre Q* = 1 + 1 + 1 + 1 = 4pq; e, se 4 = 2 . 2, Q* = 2Q, cioè Q* è il quadrato cercato da Socrate e dal ragazzo. Se è così, il lato ricercato dai due sarà il lato del quadrato Q*, cioè avrà il valore di d, che è la diagonale di Q (cfr. *Menone*, 84d 4-

85a 9). Si noti che qui la misurazione per sovrapposizione è fatta valere per le superfici, e non per le linee: quindi per le aree, e non per le lunghezze.

Socrate, a quel punto, spiega: «I dotti chiamano questa linea ‘diagonale’ [*diámetron*]»; e aggiunge, appunto, che «dalla diagonale si può ottenere l’area doppia [rispetto a un quadrato dato]» (cfr. 85b 4-7).

Si tratta, con ogni evidenza, di un metodo pratico per la verifica dell’enunciato pitagoreo (poi detto “teorema di Pitagora”) secondo cui la superficie costruita sull’ipotenusa di un triangolo rettangolo è pari alla somma dei quadrati costruiti sui cateti del triangolo stesso.

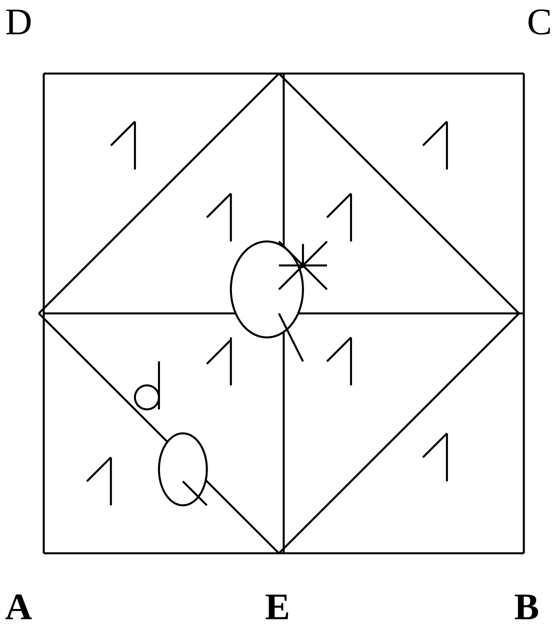


fig. 2

2. Il rapportarsi tra lato e diagonale nel quadrato.

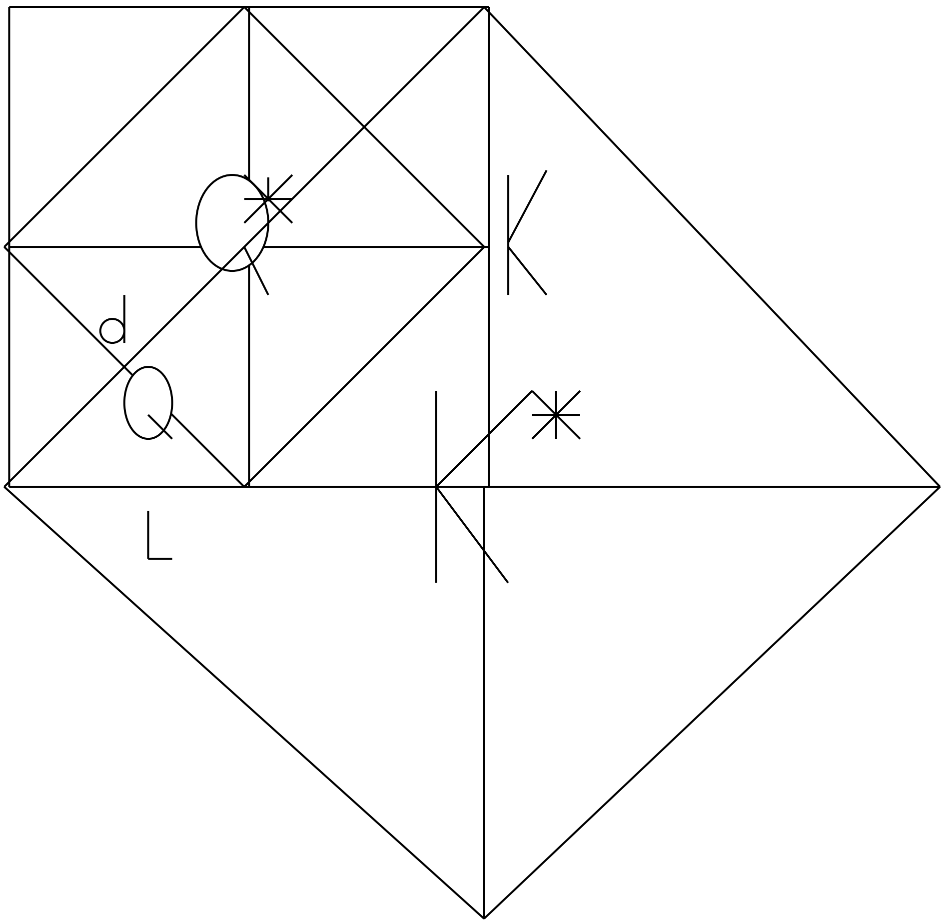
Ancora dal punto di vista topologico, è notevole che il rapporto tra Q e Q* e K sia tale che:

Q {d; L};

Q* {d* = 2L; L* = d};

K {dk = 2d; Lk = 2L}.

Se poi costruiamo sulla diagonale di K il quadrato K*, di superficie doppia rispetto a K, possiamo verificare che il valore della sua diagonale corrisponde al doppio del valore del lato di K, cioè a 4L; mentre il valore del suo lato corrisponde al valore della diagonale di K, cioè a 2d (cfr. fig. 3).



f

fig. 3

Ovvero,

Q (= 2pq)   {d; L};

Q* (= 4pq) {2L; d};

K (= 8pq)   {2d; 2L};

K* (16pq) {4L; 2d}.

Per cui, numerando in sequenza, avremo che:

d1 = d; d2 = 2L; d3 = 2d; d4 = 4L.

L1 = L; L2 = d; L3 = 2L; L4 = 2d.

In sintesi: dn = 2Ln-1; Ln = dn-1.

Si tratta di una regolarità algoritmica che – come vedremo - sarà esplicitata da Teone di Smirne (I-II sec. d.C.), commentatore di Platone e di Euclide.

In altri termini, nella sequenza Q < Q* < K > K*, il valore della diagonale di Q* corrisponde al doppio del valore del lato di Q; mentre il valore del lato di Q*, corrisponde al valore della diagonale di Q. D’altra parte, il valore della diagonale di K corrisponde al doppio del valore della diagonale di Q; mentre il valore del lato di K corrisponde al doppio del valore del lato di Q. E il valore della diagonale di K* corrisponde al doppio del valore del lato di K; mentre il valore del lato di K* corrisponde al valore della diagonale di K; e così via. L'algoritmo che si viene così a evidenziare è quello per cui il valore della diagonale precedente diventa valore del lato seguente; mentre il valore del lato precedente, una volta raddoppiato, diventa valore della diagonale seguente, secondo una cadenza incrociata. Al reduplicarsi delle superfici quadrate, la diagonale diventa lato, e il lato (raddoppiato) diventa diagonale.