SCHEDA 4: LA DIMOSTRAZIONE DELLA IRRAZIONALITA' DI $\sqrt{2}$.

1. La dimostrazione di Alessandro di Afrodisia.
Proviamo a esporre schematicamente l'argomentazione di Alessandro.

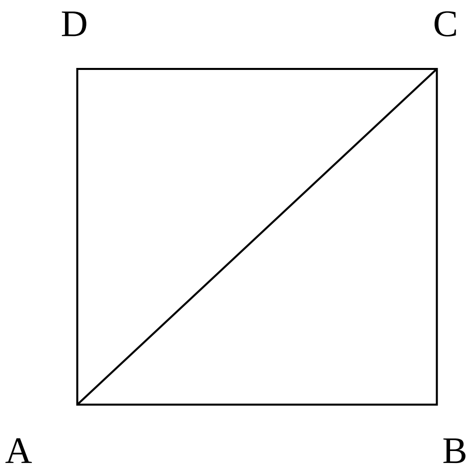

fig. 2

1. Considerato il quadrato ABCD (della fig. 2), si supponga che la diagonale AC sia commensurabile col lato AB (ovvero razionale, se il lato è = 1) (per hyp. assunta per assurdo)

2. In tal caso, il rapporto tra AC e AB sarà esprimibile come un rapporto tra numeri interi, primi tra loro (una *pythmene*): p/q ("*arithmòs pros arithmós*, direbbe la formula di *Elementi*, X, 6, citata dallo stesso Alessandro) (per la def. di "numero razionale")

3. Allora, anche p^2 e q^2 saranno primi tra loro (per *Elementi*, VII, 27)

4. D'altra parte, avremo che $AC^2 = 2(AB)^2$; ovvero: $p^2 = 2q^2$ (per il Teorema di Pitagora)

5. Dunque, p^2 è pari (infatti, il quadrato di un numero intero è un numero intero; e il doppio di un numero intero è pari)

6. Ma anche q è pari (infatti, la metà di un numero quadrato pari, è pari)[1]

7. Ergo, anche q^2 è pari (il quadrato di un numero pari, è pari)

8. Se non che, p^2 e q^2, essendo primi tra loro, non possono essere entrambi pari (dal passo 3. e dalla considerazione che due numeri pari hanno come comun divisore almeno il 2, e quindi possono essere reciprocamente ridotti)

9. Ma sappiamo che p^2 e q^2-sono entrambi pari (dai passi 5. e 7.)

10. Ne deriva contraddizione (per il confronto tra i passi 8. e 9.)

11. Dunque, deve essere negata la commensurabilità tra AC e AB: ipotesi dalla quale è scaturita la contraddizione.

---

[1] Ovviamente, non basta che il numero sia pari, perché la sua metà sia pari (ad esempio, 10 : 2 = 5; invece: 16 [= 4 . 4] : 2 = 8).