SCHEDA 6: INDIVIDUAZIONE DELLA LINEA MEDIALE.

1. A proposito della mediale.

Proponiamo il metodo pratico per l'ottenimento della mediale tra due lunghezze date. Siano tali lunghezze il lato e la diagonale del quadrato ABCD (cfr. fig. 2).

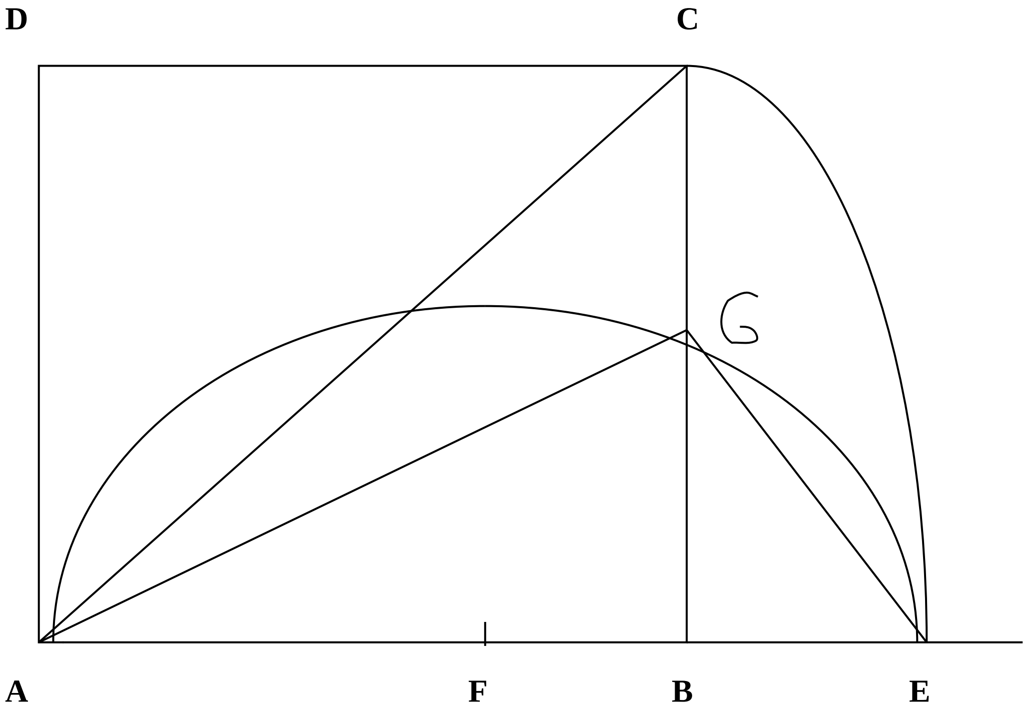

fig. 2

Nella fig. 2, proiettando la diagonale AC sulla retta della base AB del quadrato ABCD, si ottiene AE. Ora, il punto F, cha sta a metà tra A ed E, è l'ideale centro di una circonferenza di raggio AF, che interseca il lato CB in un punto G- Congiungendo questo col vertice A si ottiene la linea mediale, che fa appunto da media proporzionale tra il lato AB e la diagonale AC. E ciò, in forza del cosiddetto "primo teorema di Euclide".

Infatti, congiungendo G ad E si ottiene un triangolo (AGE), che è rettangolo in quanto inscritto per ipotesi in una semicirconferenza. Ora, per il primo teorema di Euclide (cfr. *Elementi*, VI, 8), in un triangolo rettangolo un cateto (nel nostro caso, AG) è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa: AE : AG = AG : AB, ovvero AG è medio proporzionale tra la diagonale (AC = AE) e il lato (AB) del quadrato. Di qui, $AG^2 = AE . AB$ (ovvero, il quadrato costruito sul cateto considerato è uguale al rettangolo che ha per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa).

Nel caso canonico, se AB = 1 e AE = $\sqrt{2}$, allora avremo che $\sqrt{2}$: AG = AG : 1; quindi, $AG^2 = \sqrt{2}. 1$; ovvero AG = $\sqrt{\sqrt{2}}$.

2. A proposito del "primo teorema di Euclide".

La *ratio* sottostante al metodo pratico sopra usato, coincide con il cosiddetto "primo teorema di Euclide" (cfr. *Elementi*, VI, 8). Esso dice che "in un triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa".

Guardando la fig. 3, si considerino i triangoli AGE e ABG. Essi hanno tutti gli angoli rispettivamente congruenti: infatti, sono entrambi rettangoli e hanno l'angolo GAE in comune; quindi avranno uguale anche il terzo (per la costanza della somma degli angoli interni). Così, per il primo criterio di similitudine, essi sono triangoli tra loro simili.

Ora, per la corrispondenza centrale di Talete, in triangoli simili i lati che insistono su angoli tra loro congruenti, sono tra loro proporzionali a due a due. Nel nostro caso avremo che AE : AG = AG = AB. Infatti, AE è opposto all'angolo retto in G, e AG è opposto all'angolo retto in B; mentre AG è anche opposto all'angolo AEG, e AB è opposto all'angolo AGB (= AEG).

Dalla proporzione precedente si avrà che $AG^2 = AE \, . \, AB$. Se non che, AG^2 equivale alla espansione superficiale del cateto AG (cioè al quadrato AGFH), mentre AE . AB equivale al rettangolo ABCD, avente per lati l'ipotenusa (AD = AE) e la proiezione di AG su di essa (= AB). (c.v.d.).

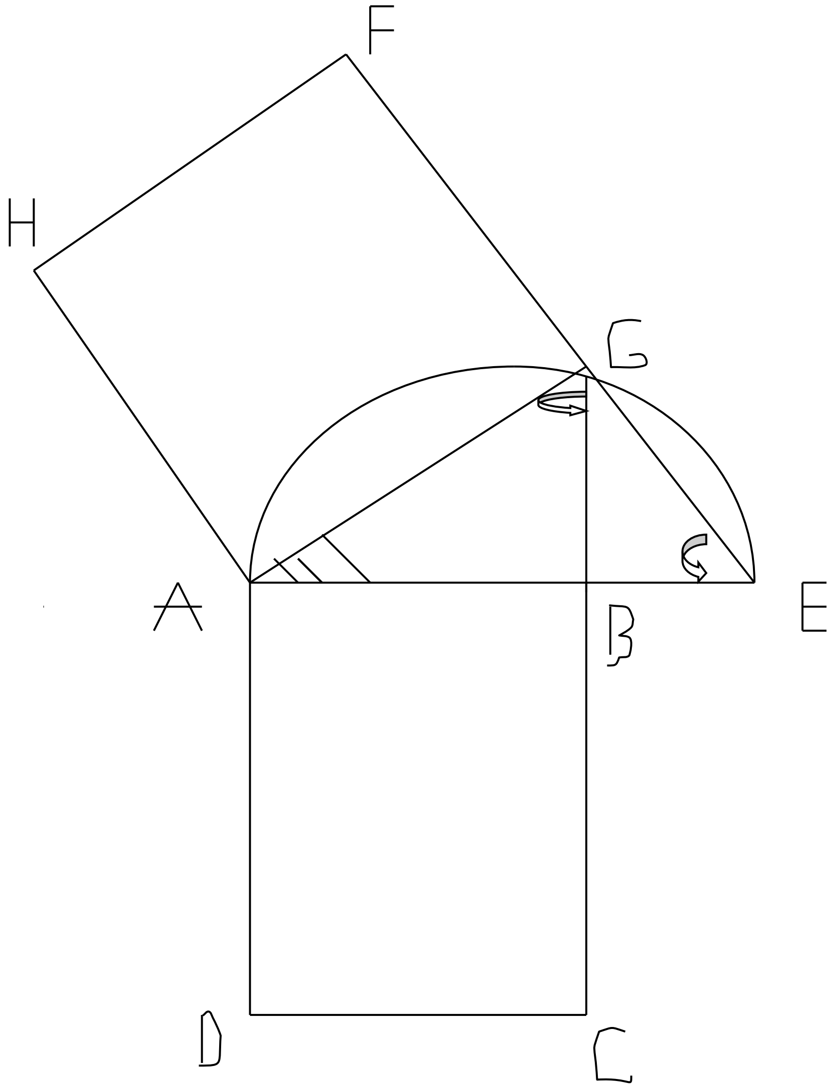

fig. 3