

SCHEDA 2: IL PROBLEMA DEL *MENONE*.

1. Il problema del lato di un quadrato doppio.

Se Q è il quadrato di partenza (quello di lato 2 piedi), e se K è il quadrato di lato doppio rispetto al precedente (cfr. fig. 1), K può essere agevolmente “piastrellato” (cioè articolato) in quattro quadrati uguali tra loro, perché uguali a quello di partenza: quadrati, o piastrelle, che si incontrano in un centro (*kentron*). Se ne ottiene l’evidenza che $K = 4Q$, e che la sua diagonale (AC) è il doppio di d , ovvero della diagonale di Q . Dunque, $AC = 2d$.

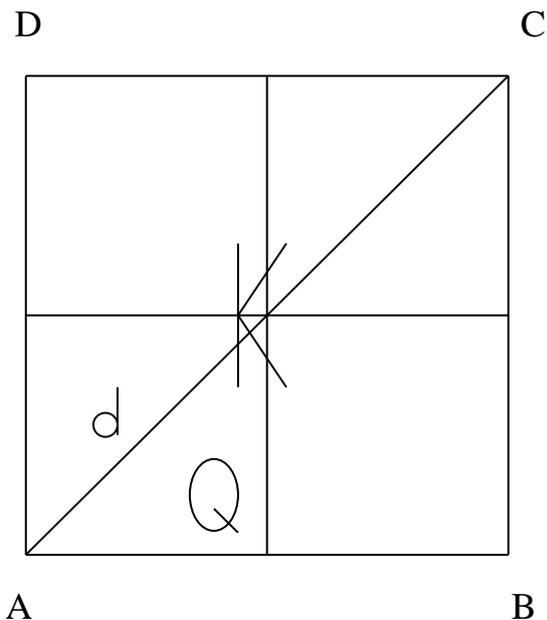


fig. 1

Se non che, K può essere luogo di una articolazione ben diversa (cfr. fig. 2): quella che si ottiene tracciando in Q la diagonale, non da A ma da E in direzione del vertice opposto, cioè da destra verso sinistra e dal basso verso l’alto, e poi da sinistra verso destra e dal basso verso l’alto; e poi ancora da sinistra verso destra, ma dall’alto verso il basso; e infine da destra verso sinistra e dall’alto verso il basso. La piastrellazione così ottenuta della superficie equivalente a K , produce un nuovo quadrato (Q^*), che è dato dalla composizione, ancora orientata intorno al *kentron* di K , di quattro piastrelle triangolari, cioè di quattro triangoli rettangoli corrispondenti ciascuno alla metà di uno dei quattro quadrati equivalenti a Q . Ponendo come elemento simpliciale (ovvero come *metron*) della piastrellazione il triangolo che è pari a $Q/2$, e facendo un semplice lavoro di ideale sovrapposizione e di computazione, si avrà che $Q = 1 + 1$ (per esempio, 2 piedi quadrati); mentre $Q^* = 1 + 1 + 1 + 1 = 4pq$; e, se $4 = 2 \cdot 2$, $Q^* = 2Q$, cioè Q^* è il quadrato cercato da Socrate e dal ragazzo. Se è così, il lato ricercato dai due sarà il lato del quadrato Q^* , cioè avrà il valore di d , che è la diagonale di Q (cfr. *Menone*, 84d 4-

85a 9). Si noti che qui la misurazione per sovrapposizione è fatta valere per le superfici, e non per le linee: quindi per le aree, e non per le lunghezze.

Socrate, a quel punto, spiega: «I dotti chiamano questa linea ‘diagonale’ [*diámetron*]]; e aggiunge, appunto, che «dalla diagonale si può ottenere l’area doppia [rispetto a un quadrato dato]» (cfr. 85b 4-7).

Si tratta, con ogni evidenza, di un metodo pratico per la verifica dell’enunciato pitagoreo (poi detto “teorema di Pitagora”) secondo cui la superficie costruita sull’ipotenusa di un triangolo rettangolo è pari alla somma dei quadrati costruiti sui cateti del triangolo stesso.

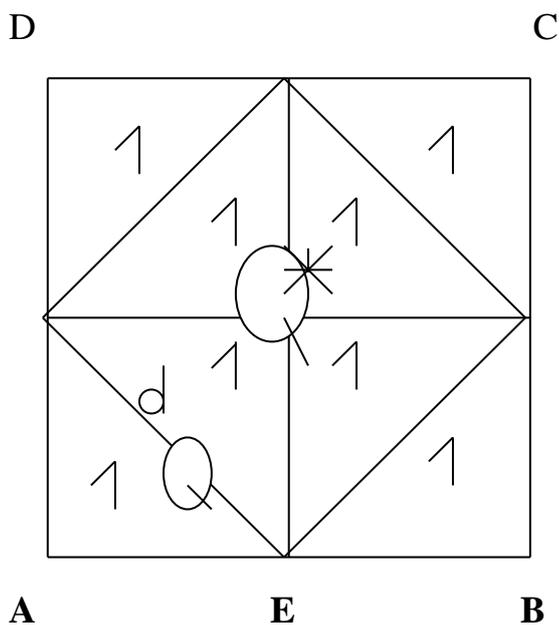


fig. 2

2. Il rapportarsi tra lato e diagonale nel quadrato.

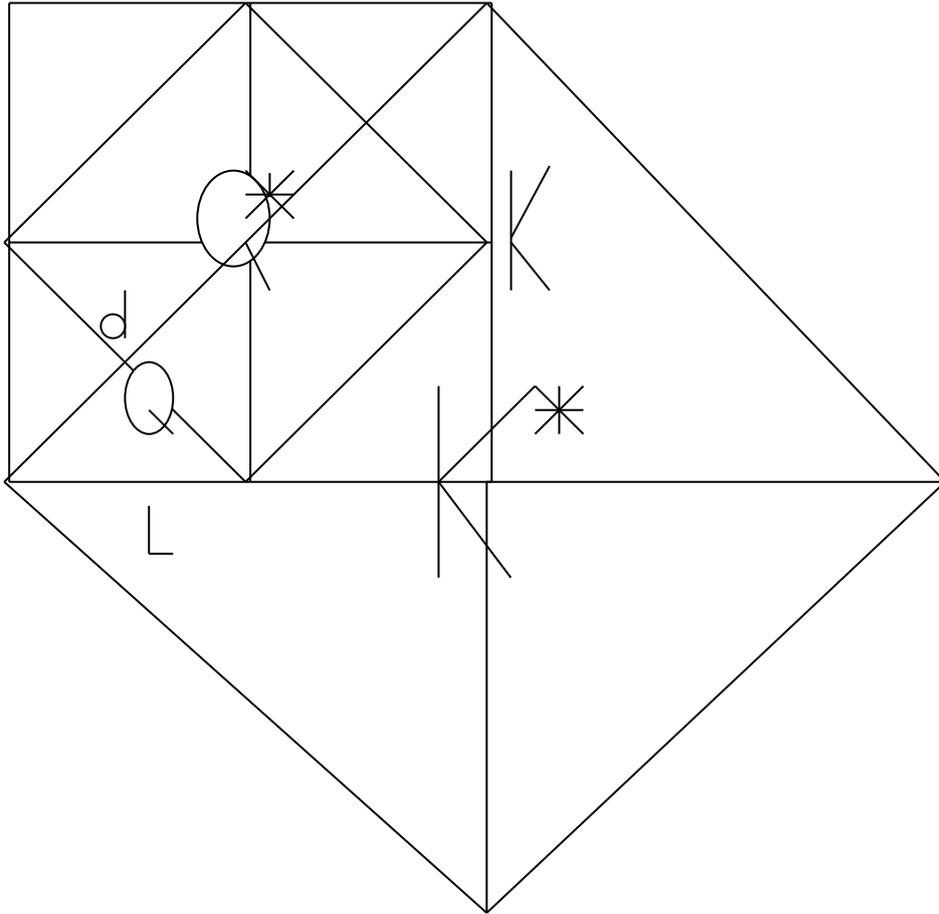
Ancora dal punto di vista topologico, è notevole che il rapporto tra Q e Q* e K sia tale che:

$$Q \{d; L\};$$

$$Q^* \{d^* = 2L; L^* = d\};$$

$$K \{dk = 2d; Lk = 2L\}.$$

Se poi costruiamo sulla diagonale di K il quadrato K*, di superficie doppia rispetto a K, possiamo verificare che il valore della sua diagonale corrisponde al doppio del valore del lato di K, cioè a 4L; mentre il valore del suo lato corrisponde al valore della diagonale di K, cioè a 2d (cfr. fig. 3).



f

fig. 3

Ovvero,

$Q (= 2pq) \{d; L\};$

$Q^* (= 4pq) \{2L; d\};$

$K (= 8pq) \{2d; 2L\};$

$K^* (16pq) \{4L; 2d\}.$

Per cui, numerando in sequenza, avremo che:

$d_1 = d; d_2 = 2L; d_3 = 2d; d_4 = 4L.$

$L_1 = L; L_2 = d; L_3 = 2L; L_4 = 2d.$

In sintesi: $d_n = 2L_{n-1}; L_n = d_{n-1}.$

Si tratta di una regolarità algoritmica che – come vedremo - sarà esplicitata da Teone di Smirne (I-II sec. d.C.), commentatore di Platone e di Euclide.

In altri termini, nella sequenza $Q < Q^* < K > K^*$, il valore della diagonale di Q^* corrisponde al doppio del valore del lato di Q ; mentre il valore del lato di Q^* , corrisponde al valore della diagonale di Q . D'altra parte, il valore della diagonale di K corrisponde al doppio del valore della diagonale di Q ; mentre il valore del lato di K corrisponde al doppio del valore del lato di Q . E il valore della diagonale di K^*

corrisponde al doppio del valore del lato di K ; mentre il valore del lato di K^* corrisponde al valore della diagonale di K ; e così via. L'algoritmo che si viene così a evidenziare è quello per cui il valore della diagonale precedente diventa valore del lato seguente; mentre il valore del lato precedente, una volta raddoppiato, diventa valore della diagonale seguente, secondo una cadenza incrociata. Al reduplicarsi delle superfici quadrate, la diagonale diventa lato, e il lato (raddoppiato) diventa diagonale.