SCHEDA 3: *LOGOI SPERMATIKOI.*

1. Una sequenza costruita col binomio *hemiolios*.

Il binomio *hemiolios* (1 + 1/2) era usato dai Pitagorici per mimare ricorsivamente l'"ineffabile", cioè i valori irrazionali. A tale scopo, essi costruivano sequenze di questo tipo:

1; 1 + ½; 1 + 1/(2 + ½); 1 + 1/[2 + 1/(2 + ½)];…

Continuando nel procedimento riusciamo ad ottenere una frazione a/b, tale che a^2/b^2 differisce da 2, meno di qualsiasi grandezza che le si voglia attribuire. E questo è ciò che intendiamo quando diciamo che 2* (o √2) è il valore-limite verso cui converge la sequenza in questione.

Provando ora a ricondurre a valori frazionari (ovvero a *logoi* semplici) la sequenza sopra accennata, avremo:

1 = **1/1**;

1 + ½ = 2/2 + ½ = **3/2**;

1 + 1/(2 + ½) = 1 + 1/(4/2 + ½) = 1 + 1/(5/2) = 1 + 2/5 = 5/5 + 2/5 = **7/5**;

1 + 1/[2 + 1/(2 + ½)] = 1 + 1/[2 + 1/(4/2 + ½)] = 1 + 1/[2 + 1/(5/2)] = 1 + 1/(2 + 2/5) = 1 + 1/(10/5 + 2/5) = 1 + 1/(12/5) = 1 + 5/12 = 12/12 + 5/12 = **17/12**;
e così via.

2. La sequenza delle "diagonali effabili".

2.1. Un primo modo di esprimere la sequenza.

Tale sequenza è fondata su un *logos spermatikós* che si può ricostruire come segue: ogni valore della sequenza viene espresso come rapporto razionale tra un numeratore (detto "numero diagonale" = *d*) e un denominatore (detto "numero lato" = *l*). Posto convenzionalmente il primo valore della sequenza come $\frac{d_1 = 1}{l_1 = 1}$, un generico valore successivo sarà costruibile così: $\frac{d_n = 2l_{n-1} + d_{n-1}}{l_n = l_{n-1} + d_{n-1}}$.

Ora, un tale algoritmo – che tiene in relazione i valori "diagonali" e "lati" secondo una certa ragione generatrice – risulta produttore di una duplice sequenza convergente di valori razionali, alternativamente minori e maggiori del comune luogo di convergenza, che è 2*. Vediamo come.

$\underline{d_1 = 1}$;
$l_1 = 1$

$\underline{d_2 = (2 . 1) + 1 = 3}$;
$l_2 = 1 + 1 = 2$

$\underline{d_3 = (2 . 2) + 3 = 7}$;
$l_3 = 2 + 3 = 5$

$\underline{d_4 = (2 . 5) + 7 = 17}$;
$l_4 = 5 + 7 = 12$

$\underline{d_5 = (12 . 2) + 17 = 41}$;
$l_5 = 12 + 17 = 29$

$\underline{d_6 = (2 . 29) + 41 = 99}$;
$l_6 = 29 + 41 = 70$

$\underline{d_7 = (2 . 70) + 99 = 239}$;
$l_7 = 70 + 99 = 169$

$\underline{d_8 = (2 . 169) + 239 = 577}$;
$l_8 = 169 + 239 = 408$
e così via.

Raccogliendo i primi risultati, abbiamo la sequenza:
1/1; 3/2; 7/5; 17/12; 41/29; 99/70; 239/169; 577/408…
che, a ben vedere, andrebbe disposta secondo il modello di un tiro a forcella, in cui i primi due colpi sono gli estremi di un successivo approssimarsi duplice e convergente verso quei puntini che indicano il valore sempre perseguito e mai raggiunto:
1/1; 7/5; 41/29… …99/70; 17/12; 3/2.

I valori ricavati da questo algoritmo sono alternativamente minori e maggiori del valore che perseguono (come in un tiro a forcella che va aggiustandosi, ma che non raggiunge mai il bersaglio). Si tratta di valori tutti quanti razionali, espressi da frazioni di numeri interi (perfettamente uguali a quelli ottenuti con il metodo dello sviluppo del binomio emiolio).

2.2. Un secondo modo di esprimere la sequenza.

La sequenza delle diagonali effabili si può anche esprimere come segue:

$\Delta_n = \Delta_{n-1}$ *et* Δ^*_{n-1}

dove Δ_{n-1} è la diade finita $\{d_{n-1}, l_{n-1}\}$,

mentre Δ^*_{n-1} è la diade finita $\{d^*_{n-1}, l^*_{n-1}\}$,

dove $d^*_{n-1} = 2\, l_{n-1}$

e $l^*_{n-1} = d_{n-1}$.

Ora, la proprietà fondamentale della diade Δ_n è che la differenza tra $(d_n)^2$ e $2(l_n)^2$ è sempre uguale alla monade; cioè: $(d_n)^2 - 2(l_n)^2 = \pm 1$.

Prendiamo $d_1/l_1 = 1/1$, e otteniamo che: $1^2 - 2(1)^2 = -1$;

prendiamo $d_2/l_2 = 3/2$, e otteniamo che: $3^2 - 2(2)^2 = 9 – 8 = +1$;

prendiamo $d_3/l_3 = 7/5$, e otteniamo che: $7^2 - 2(5)^2 = 49 – 50 = -1$;

e così via; comunque ottenendo –/+ 1.

Torniamo sulla formula $\Delta_n = \Delta_{n-1}$ *et* Δ^*_{n-1}, per comprenderla meglio. E applichiamola dunque a un caso specifico:

$\Delta_3 = d_2/l_2$ *et* d^*2/l^*2= 3/2 *et* (2 . 2)/3 = (3 + 4)/ (2 + 3) = 7/5.

Come si vede, *et* indica la somma (partita) dei numeratori coi numeratori e dei denominatori coi denominatori.